

Volumen und Oberfläche eines Spats

Der Spat ist gegeben durch die Eckpunkte A, B, D und E.

$$A(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array})$$

$$B(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 5 \\ \hline \end{array})$$

$$D(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & -1 & 7 \\ \hline \end{array})$$

$$E(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 9 & 2 \\ \hline \end{array})$$

$$AB = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$AD = \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{vmatrix}$$

$$AE = \begin{vmatrix} 3 \\ 9 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$c = b+AD$$

$$C(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 2 & 12 \\ \hline \end{array})$$

$$f = b+AE$$

$$F(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 12 & 7 \\ \hline \end{array})$$

$$g = c+AE$$

$$G(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 7 & 11 & 14 \\ \hline \end{array})$$

$$h = d+AE$$

$$H(\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 8 & 9 \\ \hline \end{array})$$

Volumen:

$$V = \text{Betrag}(\det(AB \ AC \ AD)) = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 9 \\ 5 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 26$$

$$AB \times AD = \begin{vmatrix} 26 \\ -4 \\ -8 \end{vmatrix}$$

$$A_{ABCD} = \text{Betrag}(AB \times AD) = 27,495454$$

$$AB \times AE = \begin{vmatrix} -39 \\ 11 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$A_{ABFE} = \text{Betrag}(AB \times AE) = 41,509035$$

$$AD \times AE = \begin{vmatrix} -65 \\ 17 \\ 21 \end{vmatrix}$$

$$A_{ADHE} = \text{Betrag}(AD \times AE) = 70,391761$$

Oberfläche:

$$O = 2 * (A_{ABCD} + A_{ABFE} + A_{ADHE}) = 278,7925$$