LS-S. 28 Aufgabe 6

Ein Unternehmen verkauft T-Shirts zum Preis von 15 € und macht dabei 8 € Gewinn pro T-Shirt. Bei diesem Preis verkauft das Unternehmen täglich 500 T-Shirts. Eine Marktuntersuchung hat ergeben, dass bei einer Preissenkung mehr T-Shirts verkauft werden können. Man geht davon aus, dass pro Euro Ermäßigung 80 T-Shirts mehr pro Tag verkauft werden.
Berechnen Sie, für um wie viel Euro man den Preis reduzieren sollte, damit der Gewinn am größten ist.

Lösung

Bezeichnungen: G: Täglicher Gewinn in Euro
g: Gewinn pro T-Shirt in Euro,
a: Anzahl der täglich verkauften T-Shirts
x: Preissenkung in Euro

Extremalbedingung:	Nebenbedingungen:
$G = g \cdot a$ soll maximal sein.	$g = 8 - x$, $a = 500 + 80x$

Zielfunktion:
$$G(x) = (8 - x) \cdot (500 + 80x) = 4000 + 640x - 500x - 80x^2 = -80x^2 + 140x + 4000$$

Definitionsbereich: $0 \le x \le 8$.

Gesucht ist das absolute Maximum der Zielfunktion.

Ableitungen: $G'(x) = -160x + 140$, $G''(x) = -160$

Lokale Maxima:
$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow -160x + 140 = 0 \Leftrightarrow -160x = -140 \Leftrightarrow x = \frac{7}{8} = 0{,}875 \approx 0{,}88$$

Nur $\frac{7}{8}$ kann Hochstelle sein.

$$G'\left(\frac{7}{8}\right) = 0 \wedge G''\left(\frac{7}{8}\right) = -160 < 0 \Rightarrow \frac{7}{8} \text{ ist Hochstelle.}$$

$$G\left(\frac{7}{8}\right) = \left(8 - \frac{7}{8}\right) \cdot (500 + 80 \cdot \frac{7}{8}) = 7{,}125 \cdot 570 = 4061{,}25 \text{ ist lokales Maximum.}$$

Vergleich mit den Randwerten $G(0) = 4000$ und $G(8) = 0$ zeigt, dass
$G\left(\frac{7}{8}\right) = 4061{,}25$ das absolute Maximum der Zielfunktion ist.

Gesuchte Werte:
$x = 0{,}875$., $g = 7{,}125$, $a = 70$, $G = 461{,}75$

Der Preis sollte um etwa 0,88 € reduziert werden, damit der Gewinn am größten ist.