

LS-S. 29 Aufgabe 8

Eine Elektronikfirma verkauft monatlich 5000 Stück eines Bauteils zum Stückpreis von 25 €. Die Marktforschungsabteilung dieser Firma stellt fest, dass sich der durchschnittliche monatliche Absatz bei jeder Stückpreissenkung von 1 € um jeweils 300 Stück erhöhen würde.

Berechnen Sie, bei welchem Stückpreis die monatlichen Einnahmen am größten wären.

Lösung

Bezeichnungen: E: Monatlichen Einnahmen in Euro
p: Stückpreis in Euro,
a: Anzahl der monatlich verkauften Stücke
x: Preissenkung in Euro

Extremalbedingung:
 $E = p \cdot a$ soll maximal sein.

Nebenbedingungen:
 $p = 25 - x$, $a = 5000 + 300x$

Zielfunktion:

$$E(x) = (25 - x) \cdot (5000 + 300x) = 125000 + 7500x - 5000x - 300x^2 = -300x^2 + 2500x + 125000$$

Definitionsbereich: $0 \leq x \leq 25$.

Gesucht ist das absolute Maximum der Zielfunktion.

Ableitungen: $E'(x) = -600x + 2500$, $E''(x) = -600$

Lokale Maxima:

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -600x + 2500 = 0 \Leftrightarrow -600x = -2500 \Leftrightarrow x = \frac{25}{6} \approx 4,17$$

Nur $\frac{25}{6}$ kann Hochstelle sein.

$$E'\left(\frac{25}{6}\right) = 0 \wedge E''\left(\frac{25}{6}\right) = -600 < 0 \Rightarrow \frac{25}{6} \text{ ist Hochstelle.}$$

$$G\left(\frac{25}{6}\right) = \left(25 - \frac{25}{6}\right) \cdot \left(5000 + 300 \cdot \frac{25}{6}\right) = \frac{125}{6} \cdot 6250 \approx 130208,33 \text{ ist lokales Maximum.}$$

Vergleich mit den Randwerten $G(0) = 125000$ und $G(25) = 0$ zeigt, dass

$$G\left(\frac{25}{6}\right) \approx 130208,33 \text{ das absolute Maximum der Zielfunktion ist.}$$

Gesuchte Werte:

$$x \approx 4,17 \text{ , } \quad s \approx 20,88 \text{ , } \quad a = 6250 \text{ , } \quad E \approx 130208,33$$

Der Preis sollte um etwa 4,17 € reduziert werden, damit die Einnahmen am größten sind.