

6 Bei einem Glücksspiel beträgt der Einsatz 1 €.

5 Würfel werden gleichzeitig geworfen.

Fällt 5-mal die 6, so werden 100 € ausgezahlt.

Fällt 4-mal die 6, so werden 50 € ausgezahlt.

Fällt 3-mal die 6, so werden 10 € ausgezahlt

Ansonsten gewinnt man nichts.

Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns.

Die Anzahl X der gefallenen 6-en ist binomialverteilt mit $n = 5$ und $p = \frac{1}{6}$

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1}{7776}$$

$$P(X = 4) = \binom{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = 5 \cdot \frac{1}{6^4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{7776}$$

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 10 \cdot \frac{1}{6^3} \cdot \frac{5^2}{6^2} = \frac{250}{7776}$$

$$P(X < 3) = 1 - (P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)) = 1 - \frac{250 + 25 + 1}{7776} = 1 - \frac{276}{7776} = \frac{7500}{7776}$$

Y : Gewinn in €

k	99	49	9	-1
$P(Y = k)$	$\frac{1}{7776}$	$\frac{25}{7776}$	$\frac{250}{7776}$	$\frac{7500}{7776}$
$k \cdot P(Y = k)$	$\frac{99}{7776}$	$\frac{1225}{7776}$	$\frac{2250}{7776}$	$\frac{-7500}{7776}$

$$\mu = \frac{99 + 1225 + 2250 - 7500}{7776} = \frac{-3926}{7776} \approx -0,505$$

Der Erwartungswert des Gewinns beträgt ca. -0,505 €.

Im Mittel verliert ein Spieler also ca 50,5 Ct pro Spiel.